

第1章 (p. 11-12)

問1



392 kJ を eV で表すと $\Rightarrow 2.44694 \times 10^{24} \text{ eV}$

$E = mc^2$ の関係から質量に換算 $\Rightarrow 2.62688 \times 10^{15} \text{ u}$

g 単位では $\Rightarrow 4.36 \times 10^{-9} \text{ g} \Rightarrow$ 天秤では秤量できない

問2

表 A.1 より

	同位体組成	原子質量(u)	
	a	b	$a \times b$
^{36}Ar	0.3336	35.96754511	0.1200
^{38}Ar	0.0629	37.9627321	0.0239
^{40}Ar	99.6035	39.96238312	39.8039
		$\Sigma (a \times b)$	39.9478 (有効数字を考慮)
		原子量 (2018)	39.948(1)

問3

現在の基準 ($^{12}\text{C} = 12$) で計算される酸素の原子量は[15.99903, 15.99977]と 16 より小さい。ちなみに現在の酸素の原子質量単位の値は次の通り。

	同位体組成	原子質量(u)	
	a	b	$a \times b$
^{16}O	99.757	15.99491461960	15.9560
^{17}O	0.038	16.9991317566	0.0065
^{18}O	0.205	17.9991596128	0.0369
		$\Sigma (a \times b)$	15.9994

(a)

1960 年までの物理原子量の基準は $^{16}\text{O} = 16$ 。これは現在の基準の ^{16}O の原子質量に比べて $16/15.99491461960 = 1.000318$ 倍大きかった。

(b)

1960 年間までの化学原子量 $\text{O}(\text{全酸素}) = 16$ が 1960 年以降は 15.9994 になった。

したがって、1960 年までの化学原子量のほうが $16/15.9994 = 1.0000375$ 倍大きかった。

問 4

Li の原子量 [6.938, 6.997]

表 A.1 より

	原子質量(u)	同位体存在度
${}^6\text{Li}$	6.0151228874	x
${}^7\text{Li}$	7.016003437	$1-x$

${}^6\text{Li}$ の同位体存在度を x とすると

最小値の時

$$6.0151228874 \times x + 7.016003437 \times (1-x) = 6.938$$

$$x = 0.077934812$$

$$x/(1-x) = 0.084522019$$

最大値の時： $6.0151228874 \times x + 7.016003437 \times (1-x) = 6.997$

$$x = 0.018986718$$

$$x/(1-x) = 0.019354191$$

$$\therefore 0.01935 \sim 0.08452$$

問 5

各質量(u)は

$$m_p = 1.007276467$$

$$m_e = 0.000548579909$$

$$m_{{}^1\text{H}} = 1.00782503224$$

$$m_p + m_e - m_{{}^1\text{H}} = 0.000000014669$$

$$mc^2 = 1.37 \times 10^{-5} \text{ MeV}$$

第2章 (p. 26)

問 1

教科書 p. 17, 式(2.7)を用いて計算する.

$$m_p \text{ (陽子質量)} = 1.0072765 \text{ u}$$
$$m_n \text{ (中性子質量)} = 1.0086649 \text{ u}$$
$$m_e \text{ (電子質量)} = 0.0005486 \text{ u}$$
$$m_{^1\text{H}} \text{ (核種 } ^1\text{H 質量)} = 1.0078250 \text{ u}$$

	Z	N	核種質量	$\Delta_{m(1)}$	$\Delta_{m(1)}$	$\Delta_{m(1)}/A$	$\Delta_{m(2)}$	$\Delta_{m(2)}$	$\Delta_{m(2)}/A$	$\Delta_{m(1)} - \Delta_{m(2)}$		$(\Delta_{m(1)} - \Delta_{m(2)})/Z$
			u	u	MeV	MeV	u	MeV	MeV	u	MeV	MeV
^2H	1	1	2.0141018	0.0023882	2.2246083	1.11230415	0.0023881	2.22451515	1.11	$1.00000000280 \times 10^{-7}$	9.315×10^{-5}	9.315×10^{-5}
^3He	2	1	3.0160293	0.0082858	7.7182227	2.5727409	0.0082856	7.7180364	2.57	$1.99999999229 \times 10^{-7}$	0.0001863	9.315×10^{-5}
^6Li	3	3	6.01512288	0.03434712	31.99434228	5.33239038	0.03434682	31.99406283	5.33	$3.00000000841 \times 10^{-7}$	0.00027945	9.315×10^{-5}
^{17}O	8	9	16.9991318	0.1414531	131.7635627	7.750797803	0.1414523	131.7628174	7.75	$8.00000002243 \times 10^{-7}$	0.0007452	9.315×10^{-5}
^{40}K	19	21	39.9639982	0.3666416	341.5266504	8.53816626	0.3666397	341.5248806	8.54	$1.90000000089 \times 10^{-6}$	0.00176985	9.315×10^{-5}
^{41}K	19	22	40.9518253	0.3874794	360.9370611	8.803342954	0.3874775	360.9352912	8.80	$1.90000000089 \times 10^{-6}$	0.00176985	9.315×10^{-5}
^{56}Fe	26	30	55.9349356	0.528464	492.264216	8.790432429	0.5284614	492.2617941	8.79	$2.60000000196 \times 10^{-6}$	0.0024219	9.315×10^{-5}
^{133}Cs	55	78	132.905452	1.2007907	1118.536537	8.410049151	1.2007852	1118.531414	8.41	$5.49999998611 \times 10^{-6}$	0.00512325	9.315×10^{-5}
^{238}U	92	146	238.050787	1.9341976	1801.705064	7.570189346	1.9341884	1801.696495	7.57	$9.19999999383 \times 10^{-6}$	0.0085698	9.315×10^{-5}
^4He	2	2	4.0026033	0.0303767	28.29589605	7.073974013	0.0303765	28.29570975	7.07	$2.00000000561 \times 10^{-7}$	0.0001863	9.315×10^{-5}
^{16}O	8	8	15.9949146	0.1370054	127.6205301	7.976283131	0.1370046	127.6197849	7.98	$8.00000002243 \times 10^{-7}$	0.0007452	9.315×10^{-5}
^{40}Ca	20	20	39.9625909	0.3672091	342.0552766	8.551381916	0.3672071	342.0534137	8.55	$1.99999999495 \times 10^{-6}$	0.001863	9.315×10^{-5}

$\Delta_{m(1)}$ = (陽子の質量和) + (中性子の質量和) + (電子の質量和) - (核種の質量)

$\Delta_{m(2)}$ = (軽水素の質量) $\times$ [陽子数(Z)] + (中性子の質量和) - (核種の質量)

$\Delta_{m(1)} - \Delta_{m(2)}$: 原子核と電子の結合による核種の安定性への寄与

→この問題では教科書 17 ページの式(2.7)を用いることとし, $\Delta_{m(2)}$ に対応する値(薄い青色で網掛けした値)を答とする.

問 2

問 1 の表中の薄い橙色で網掛けした値

問 3

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1.50 \times 10^{-15}$$

	A	$R(\text{m})$	$V(\text{m}^3)$	$d(\text{kg}/\text{m}^3)$
^1H	1	1.50×10^{-15}	1.41×10^{-44}	1.17×10^{17}
^{235}U	235	9.26×10^{-15}	3.32×10^{-42}	1.17×10^{17}
		(半径)	(体積)	(密度)

問 4

(略)

問 5

$$f = \Delta m / A = (m_a - A) / A = m_a / (A - 1)$$

f vs. A のグラフは図 2.2 に示される E_b/A vs. A のグラフと x 軸 (A をプロット) に対して対照的な図になる.

f 大 $\rightarrow \Delta m$ 大 $\rightarrow m_a$ 大 $\rightarrow E_b$ 小 (ただし, 大・小は相対的な関係)

問 6

p.17 の傍注 1 の式で表される軌道電子の結合エネルギーの和 $(E_b)_e$ は

$$(E_b)_e = \Delta m \times c^2 = (16.9 Z^{\frac{7}{3}} \times 10^{-9}) \times c^2$$

ただし, $\Delta m = m_x + Z m_e - m_a$

	Δm (u)	$(E_b)_e$ (MeV)	$(E_b)_e / Z$ (MeV)
H	1.69×10^{-8}	1.57×10^{-5}	1.57×10^{-5}
U	6.457×10^{-4}	6.02×10^{-1}	6.54×10^{-3}
H(1 章問 5 の答)		1.37×10^{-5}	

問 7

p.17 の式 (2.8) ワイゼッカーの質量式に代入して, E_b を求める.

	Z	N	A	E_b (MeV)	E_b/A (MeV)	問 1, 問 2 の値 (MeV)
^4He	2	2	4	3.42×10^1	8.54	7.07
^{17}O	8	9	17	1.38×10^2	8.11	7.75
^{40}K	19	21	40	3.46×10^2	8.65	8.54
^{56}Fe	26	30	56	4.94×10^2	8.83	8.79
^{133}Cs	55	78	133	1.18×10^3	8.88	8.41
^{238}U	92	146	238	2.04×10^3	8.57	7.57

第3章 (p. 54)

問1

半減期 ($T_{1/2}$) の n 倍の時間が経過した後の放射性核種の個数: $(1/2)^n$

経過時間 ($T_{1/2}$ 単位)	放射性核種の個数 (相対値)
0	1
2	0.25
5	3.13×10^{-2}
10	9.77×10^{-4}
100	7.89×10^{-31}

問2

^{226}Ra 1g の個数 N を求めて, $A(\text{Bq}) = \lambda N$ に代入

$$A(\text{Bq}) = \lambda N$$

$$= 36584295571$$

$$= 3.66 \times 10^{10}$$

問3

(a) $200(\text{g}) \times 5 \times 10^{-6}(\text{g/g}) = 0.001(\text{g})$

(b) $A(\text{Bq}) = \lambda N$ に代入. ^{235}U と ^{238}U の同位体存在度を考慮する.

	放射能 (Bq)	放射能 (相対値)
^{235}U の放射能	0.569	1
^{238}U の放射能	12.3	21.7

(c) (b)の答えに減衰率 $e^{-\lambda t}$ を掛ける

	放射能 (Bq)
^{235}U の放射能	0.00414
^{238}U の放射能	5.68

問4

p.49 の図 3.12 (d)で示されるように, 4 本の γ 線が放出される. 各 γ 線の放出率は以下の通り.

γ 線エネルギー(keV)	放出率(%)
825	0.0034
1172	>99
1333	>(99+0.0034+0.01)
2158	6.00×10^{-4}

ただし、 ^{60}Co の基底状態から ^{60}Ni の 2.505 MeV への遷移確率が >99% なので、1333 keV と 1172 keV の γ 線の放出確率は上記のように正確な数値では表せない（有効数字 2 桁で考えれば 100%としてよい）。

問 5

部分壊変係数 (λ_{β^-} , λ_{EC}) は全壊変定数 (λ) を分岐比で比例配分した数値に等しい。部分半減期は部分壊変定数から $\lambda T_{1/2} = \ln 2$ の関係式を用いて導ける。

^{40}K の半減期(y) = 1.27×10^9

壊変様式	分岐比	部分壊変定数 (y ⁻¹)	部分半減期 (y)
β^-	0.893	4.87×10^{-10}	1.42×10^9
EC	0.107	5.84×10^{-11}	1.19×10^{10}

問 6

壊変系	半減期 (d)	壊変係数 (d ⁻¹)
$^{140}\text{Ba} \rightarrow ^{140}\text{La}$	12.75	0.054352941
$^{140}\text{La} \rightarrow ^{140}\text{Ce}$	1.678	0.412991657

^{140}Ba と ^{140}La が放射平衡（過渡平衡）にあるとき、

$$\begin{aligned}
 ^{140}\text{Ba}/^{140}\text{La} &= (\lambda_{\text{La}} - \lambda_{\text{Ba}}) / \lambda_{\text{Ba}} \\
 &= \{(\ln 2 / T_{\text{La}}) - (\ln 2 / T_{\text{Ba}})\} / (\ln 2 / T_{\text{Ba}}) \\
 &= (T_{\text{Ba}} - T_{\text{La}}) / T_{\text{La}} \\
 &= 6.60
 \end{aligned}$$

（上式で Ba, La は ^{140}Ba , ^{140}La を, T は半減期を表す）

第4章 (p. 68)

問1

- (a) 宇宙線と大気中の元素（を構成する核種）との核反応．宇宙線の強度と大気中の元素濃度が変化しない限り，変化しない（飽和状態が継続する）．
- (b) (a)と同様．
- (c) 半減期が地球の年齢（=太陽系の年齢）に匹敵するので，地球（太陽系）形成時に存在していた核種が現存している．時間の経過と共に放射壊変により減少する．
- (d) (c)と同じ．
- (e) ^{238}U の壊変系列中に存在し， ^{238}U は(c)や(d)と同様の理由で存在するので， ^{226}Ra も存在する．時間経過に対する変化は ^{238}U と一緒に変化し，時間と共に減少する．
- (f) (c), (d)と同じ．
- (g) ^{235}U の壊変系列中の核種で，存在理由，時間経過に伴う変化は(e)と同じ．
- (h) (c), (d), (f)と同じ．

問2

^{244}Pu の半減期 $(y) = 8.00 \times 10^7$

- (a) 1.17×10^{-17}
- (b) U_3O_8 の分子量 $\Rightarrow 842$
 U 鉱石 1 kg 中の ^{238}U の個数 $\Rightarrow 1.06462 \times 10^{24}$
 45 億年前の ^{238}U の個数 $\Rightarrow 2.13916 \times 10^{24}$
 45 億年前の ^{244}Pu $\Rightarrow 1.06958 \times 10^{22}$
 現在の ^{244}Pu 個数 $\Rightarrow 1.25 \times 10^5$

問3

- (a) ^{238}U の壊変系列中に存在する核種なので
- (b) 永続平衡にある核種間では
 $\lambda N = (0.693 / T_{1/2}) \times N = \text{const.}$ が成立．

^{238}U と ^{234}U は永続平衡の関係にあるので，

$$(0.693 / T_1) N_1 = (0.693 / T_2) N_2$$

$$N_1 T_2 = N_2 T_1$$

したがって， $N_2 = (T_2 / T_1) \times N_1$

同位体存在度（比）は同位体の個数の比なので，上式の N に対応する．また，1, 2 は ^{238}U , ^{234}U に対応する．

$$N_{234} = (T_{234} / T_{238}) N_{238} = 5.66 \times 10^{-3} (\%)$$

$$N_{235} = 1 - N_{238} - N_{234} = 7.20 \times 10^{-1} (\%)$$

- (c) 3.03×10^{-1}

$$\begin{aligned}
 (d) \quad & {}^{234}\text{U}/{}^{238}\text{U} = 5.7047 \times 10^{-5} \\
 & {}^{234}\text{U}/({}^{234}\text{U} + {}^{235}\text{U} + {}^{238}\text{U}) = 4.38 \times 10^{-5} \\
 & {}^{235}\text{U}/({}^{234}\text{U} + {}^{235}\text{U} + {}^{238}\text{U}) = 2.33 \times 10^{-1} \\
 & {}^{238}\text{U}/({}^{234}\text{U} + {}^{235}\text{U} + {}^{238}\text{U}) = 7.67 \times 10^{-1} \\
 & {}^{234}\text{U} + {}^{235}\text{U} + {}^{238}\text{U} = 1
 \end{aligned}$$

問 4

U_3O_8 75%を含むピッチブレンド 1 kg

(a) 第 3 章 問 3(b)と同じ内容

U の含有量(g) $\Rightarrow$ 635.9857482

	放射能 (Bq)	放射能 (相対値)
${}^{235}\text{U}$	3.62×10^5	1
${}^{238}\text{U}$	7.85×10^6	21.7131177

(b) ${}^{210}\text{Po}$ の半減期(d) $\Rightarrow$ 138.376

${}^{238}\text{U}$ と ${}^{210}\text{Po}$ の間に放射平衡 (永続平衡) が成立しているので,

$${}^{210}\text{Po} \text{ の放射能} = {}^{238}\text{U} \text{ の放射能} \Rightarrow 7.85 \times 10^6$$

$${}^{210}\text{Po} \text{ の個数} \Rightarrow 1.35506 \times 10^{14}$$

$${}^{210}\text{Po} \text{ の質量} \Rightarrow 4.73 \times 10^{-8}$$

(c) ${}^{235}\text{U}$ の放射能 $<$ ${}^{238}\text{U}$ の放射能 $<$ (${}^{235}\text{U} + {}^{238}\text{U}$) の放射能 $<$ (${}^{235}\text{U} + {}^{238}\text{U} + {}^{210}\text{Po}$) の放射能
 $\ll$ ピッチブレンドの放射能. ピッチブレンドには, ${}^{210}\text{Po}$ 以外にも ${}^{238}\text{U}$, ${}^{235}\text{U}$ の壊変系列中の多くの放射性核種が含まれ, これらが放射平衡にある. したがって, ウラン単独の放射能より桁違いに高い放射能をもつ.

問 5

${}^{230}\text{Th}$ の半減期(y) $= 7.54 \times 10^4$

(a) $\lambda_{238}N_{238} = \lambda_{230}N_{230}$ より

$$\begin{aligned}
 N_{238}/N_{230} &= \lambda_{230}/\lambda_{238} = T_{238}/T_{230} \\
 &= 5.93 \times 10^4
 \end{aligned}$$

(b) 海水中ではウランは炭酸ウラニル錯イオンとして溶存するが, トリウムは水酸化物沈殿を形成し沈殿するから.

(c) 娘核種 (この場合 ${}^{230}\text{Th}$) の半減期の 10 倍が目安となり, 75~100 万年経過すると平衡状態になる.

第5章 (p. 84)

問1

クーロン障壁: B

式 5.13 を用いる. 単位は p. 73 の傍注 2 にしたがって cgs 単位系で考える.

$$\begin{aligned}
 B &= (Z_X \times Z_Y \times e^2) / (R_X + R_Y) \\
 B &= (e^2 / r_0) \times [(Z_X \times Z_Y) / (A_X^{1/3} + A_Y^{1/3})] \\
 &= 5.38648 \times 10^{-6} (\text{erg}) \\
 &= 5.38648 \times 10^{-13} (\text{J}) \\
 &= 3.36 \times 10^6 (\text{eV}) \\
 &= 3.36 (\text{MeV})
 \end{aligned}$$

Q 値: Q

$$\begin{aligned}
 \Delta m &= (14.00307400446 + 4.00260325413 - 16.9991317566 - 1.00782503224) \\
 &= -0.00127953 (\text{u})
 \end{aligned}$$

 $E = \Delta m \times c^2$ の関係から, $1 \text{ u} = 931.5 \text{ MeV}$ なので

$$Q = -1.19 (\text{MeV})$$

しきい値: Q_{th}

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{th}} &= -Q \times ({}^{14}_m\text{N} + {}^4_m\text{He}) / M^{14}\text{N} \\
 &= 1.53 (\text{MeV})
 \end{aligned}$$

問2

反応で生成する放射性核種の相対原子質量を質量偏差の値から計算し, 反応の Q 値を計算する. $Q < 0$ のとき, Q_{th} (しきい値) を求める.

$$\text{質量偏差} = m_a - A$$

	質量偏差 MeV	質量偏差 u	A	ma u	標的核質量 u	入射粒子質量 u	放出粒子質量 u	delta-m u	Q値 MeV	しきい値 MeV
(a) ${}^3\text{H}$	14.931	0.016029	3	3.016029	6.0151229	1.00866491	4.002603254	0.00515556	4.80E+00	0.00E+00
(b) ${}^{14}\text{C}$	3.019	0.003241	14	14.003241	14.003074	1.00866491	1.007825032	0.00067288	6.27E-01	0.00E+00
(c) ${}^{28}\text{Al}$	-16.85	-0.0180891	28	27.981911	27.976927	1.00866491	1.007825032	-0.00414448	-3.86E+00	4.00E+00
(d) ${}^{64}\text{Cu}$	-65.421	-0.0702319	64	63.929768	64.92779	0	1.008664912	-0.01064353	-9.91E+00	9.91E+00
(e) ${}^{209}\text{Pb}$	-17.629	-0.0189254	209	208.98107	208.9804	1.00782503	1.008664912	-0.00151599	-1.41E+00	1.42E+00
(f) ${}^{208}\text{Po}$	-17.483	-0.0187687	208	207.98123	208.9804	1.00782503	2.017329832	-0.01033765	-9.63E+00	9.68E+00
(g) ${}^{207}\text{Po}$	-17.161	-0.018423	207	206.98158	208.9804	1.00782503	3.025994748	-0.01934824	-1.80E+01	1.81E+01
(h) ${}^{232}\text{Th}$	38.729	0.041577	233	233.04158	232.03805	1.00866491	0	0.00514159	4.79E+00	0.00E+00

ただし, p , α の質量として, それぞれ ${}^1\text{H}$, ${}^4\text{He}$ (それぞれ中性核種) の相対原子質量を用いた.

問 3

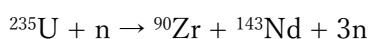
$$\text{クーロン障壁} = B = (Z_X \times Z_Y \times e^2) / (R_X + R_Y) = (e^2 / r_0) \times [(Z_X \times Z_Y) / (A_X^{1/3} + A_Y^{1/3})]$$

以下において、問 1 と同様、cgs 単位系で energy (erg) を求め、J, MeV と変換する。

ただし、 $Z_Y = 1$, $A_Y = 1$ とし、プロトン質量として、 ${}_1^1\text{H}$ の値を用いる。

	Z_X	A_X	$B(\text{erg})$	$B(\text{J})$	$B(\text{MeV})$
(a) ${}^{12}\text{C}$	6	12	2.805×10^{-6}	2.805×10^{-13}	1.75
(b) ${}^{27}\text{Al}$	13	27	4.999×10^{-6}	4.999×10^{-13}	3.12
(c) ${}^{48}\text{Ca}$	20	48	6.638×10^{-6}	6.638×10^{-13}	4.14
(d) ${}^{138}\text{Ba}$	56	138	1.396×10^{-5}	1.396×10^{-12}	8.72
(e) ${}^{197}\text{Au}$	79	197	1.782×10^{-5}	1.782×10^{-12}	11.12

問 4



$$\begin{aligned} \Delta m &= 235.0439282 - 89.90469876 - 142.9098199 - 1.008664916 \times 2 \\ &= 0.212079708 \text{ u} \\ &= 197.55 \text{ (MeV)} \end{aligned}$$

問 5

$${}^{235}\text{U} + \text{n} \Rightarrow 236.0525931 \text{ u}$$

$${}^{235}\text{U} - \text{n} \Rightarrow 234.0352633 \text{ u}$$

$${}^{115}\text{In} \Rightarrow 114.9038788 \text{ u}$$

$${}^4\text{He} \Rightarrow 4.002603254 \text{ u}$$

$${}^{78}\text{Se} \Rightarrow 77.91730924 \text{ u}$$

$${}^{117}\text{Sn} \Rightarrow 116.902954 \text{ u}$$

	$\Delta m(\text{u})$	energy(MeV)
(a)	0.2249025	209.50
(b)	0.2833356	263.93
(c)	0.2293553	213.64

問 6

Q 値を計算し、熱中性子のもつエネルギーと比較する。(b)については問 2 と同様、放射性核種 (${}^{58}\text{Co}$) の相対原子質量を求める。

$$(a) \quad \Delta m = 42.95876643 + 1.008664916 - 39.9623831238 - 4.00260325413 \\ = 0.002444968 \text{ u}$$

$$Q = 2.28 \text{ MeV} > 0 \rightarrow \text{起こる}$$

$$(b) \quad {}_{m}^{58}\text{Co} = 58 - 59.841/931.5 \\ = 57.93575845 \text{ u}$$

$$\Delta m = 57.9353418 + 1.008664916 - 1.00782503224 - 57.93575845 \\ = 0.000423234 \text{ u}$$

$$Q = 0.39 \text{ MeV} > 0 \rightarrow \text{起こる}$$

(a), (b)ともに Q 値は正の値となり, 熱中性子によっても反応は起こる. ただし, その確率 (反応断面積) は小さい.

問 7

何個の ^{113}Cd があれば f を $f \times 10^{-3}$ に下げられるかを考える

$$N = f \sigma n$$

ここで N は $^{113}\text{Cd} + n \rightarrow ^{114}\text{Cd}$ の反応で生成する ^{114}Cd の個数 = 吸収 (捕獲) される中性子の個数.

$$\therefore f \sigma n / f = 0.999 \text{ となる } n \text{ を求めればよい}$$

カドミウム版の厚さを $x(\text{cm})$ とすると

$$2.06 \times 10^4 \times 1 \times 10^{-24} \times (x \times 8.65/112.411) \times 6.02 \times 10^{23} \times 0.12227 = 0.999$$

$$x = 8.562 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

第6章 (p. 104)

問1

(a)

誘導過程は

$$\begin{aligned}
 E_\beta &= mc^2 - m_0c^2 \\
 &= \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2 \\
 &= m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \\
 \frac{E_\beta}{m_0c^2} &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \\
 \frac{E_\beta}{m_0c^2} + 1 &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \\
 1 - \beta^2 &= \frac{1}{\left(\frac{E_\beta}{m_0c^2} + 1 \right)^2} \\
 \beta^2 &= 1 - \frac{1}{\left(\frac{E_\beta}{m_0c^2} + 1 \right)^2} \\
 m_0c^2 &= 5.11 \times 10^5 \text{ eV} \\
 \beta^2 &= 1 - \frac{1}{\left(\frac{E_\beta}{5.11 \times 10^5} + 1 \right)^2} = 1 - \left(\frac{E_\beta}{5.11 \times 10^5} + 1 \right)^{-2} \quad (1) \\
 \beta^2 &= 1 - \left[(E_\beta / 5.11 \times 10^5) + 1 \right]^{-1} \\
 &= 1 - \left[(E_\beta / 5.11 \times 10^5) + 1 \right]^{-2}
 \end{aligned}$$

(b)

 E_β の各値を(a)で求めた式に代入して β を求める.

E_β (eV)	β^2	β
1.00×10^4	3.80×10^{-2}	0.195
1.00×10^5	3.01×10^{-1}	0.548
1.00×10^6	8.86×10^{-1}	0.941
1.71×10^6	9.47×10^{-1}	

(c)

$E_\beta = 1.71 \text{ MeV}$ を (1) 式に代入して β^2 を求め、さらにこれを
 式 (6.4) に代入して m/m_0 を求める。

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{or} \quad m/m_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 4.35$$

$E_\beta = 1.71 \text{ MeV}$ として上の (b) の sheet に入れて、 β^2 , $\text{SQRT}(1-\beta^2)$ を計算する。

$$\text{SQRT}(1-\beta^2) = 0.230076542$$

β 線の質量 m と電子の静止質量 m_0 との比は $\text{SQRT}(1-\beta^2)^{-1}$ なので、

$$\begin{aligned} m/m_0 &= \text{SQRT}(1-\beta^2)^{-1} \\ &= 4.35 \end{aligned}$$

問 2

グレンデニン式 (p. 90) より、

$$R_\beta = 0.407 E_{\max}^{1.33} \quad (0.15 < E_{\max} < 0.8)$$

$$R_\beta = 0.542 E_{\max}^{-0.133} \quad (0.8 < E_{\max} < 3)$$

		$E_{\max}$ (MeV)	R_β (g/cm ²)	図からの読取値
(a)	²⁴ Na	1.391	0.621	0.62 (図 6.2 から)
(b)	⁵⁹ Fe	0.466	0.147	0.14 (図 6.6 から)
(c)	⁹⁰ Y	2.281	1.103	1.15 (図 6.6 から)

問 3

式 (6.4) より、

$$\Delta E_{\text{brem}} / \Delta E_{\text{ion}} = ZE_\beta / 800 = R$$

とおく。求める割合は、

$$\begin{aligned} &\Delta E_{\text{brem}} / (\Delta E_{\text{brem}} + \Delta E_{\text{ion}}) \\ &= (\Delta E_{\text{brem}} / \Delta E_{\text{ion}}) / [(\Delta E_{\text{brem}} / \Delta E_{\text{ion}}) + 1] \\ &= R / (R + 1) \end{aligned}$$

元素	Z	E_β (MeV)			
		0.01	0.1	1	10
Al	13	1.62×10^{-4}	1.62×10^{-3}	1.60×10^{-2}	1.40×10^{-1}
Fe	26	3.25×10^{-4}	3.24×10^{-3}	3.15×10^{-2}	2.45×10^{-1}
Pb	82	1.02×10^{-3}	1.01×10^{-2}	9.30×10^{-2}	5.06×10^{-1}

問 4

運動量 p は $p = mv$ で表わされる

散乱電子の速度が光速 (c) に近似的に等しいとすると

$$p = mv = mc = \frac{E}{c^2} \cdot c = \frac{E}{c} \quad (1)$$

一方, 波長 μ (波数 $\nu = \frac{c}{\mu}$) の光子の持つエネルギーは, 式(2.3)

$$E = h\nu = h \frac{c}{\mu}$$

$$\frac{E}{c} = \frac{h}{\mu} \quad (2)$$

$\frac{E}{c}$ は (1) で示されるように運動量と表わす。

光子と電子との間で弾性衝突が生じる (図 6.10),

運動エネルギーが保存される (式 6.13) とともに, 運動量も保存される。

運動量のうち, 1 成分の保存は次式で示される (p.95 添注2):

$$\frac{E}{c} = \frac{E'}{c} \cos \theta + p \cos \phi$$

$$\text{整理して } \cos \phi = \frac{E}{pc} - \frac{E'}{cp} \cos \theta \quad (3)$$

運動量の y 成分も保存されるので (p.95 添注2):

$$\frac{E}{c} \sin \theta = p \sin \phi$$

$$\text{整理して } \sin \phi = \frac{E}{pc} \sin \theta \quad (4)$$

$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ の式に (3), (4) を代入すると

$$\left(\frac{1}{pc}\right)^2 (E^2 - 2EE' \cos \theta + E'^2 \cos^2 \theta + E^2 \sin^2 \theta) = 1$$

$$\text{整理して } (pc)^2 = E^2 + E'^2 - 2EE' \cos \theta \quad (\text{p.95 添注2の式})$$

$$\quad \quad \quad (5)$$

散乱光子のエネルギーが保存されるので, 式(6.14)が成立する (p.95 添注2)

$$E + mec^2 = E' + \sqrt{(mec^2)^2 + c^2 p^2}$$

$$\text{整理して } (E + mec^2 - E')^2 = (mec^2)^2 + c^2 p^2$$

$$c^2 p^2 = (5) \text{ の式を代入して整理すると } \frac{E - E'}{E E'} = \frac{1 - \cos \theta}{mec^2}$$

$$\text{よって } \frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1 - \cos \theta}{mec^2} \quad (\text{式 6.14})$$

問 5

式(6.8)より,

$$I = I_0 \times e^{(-\mu/\rho) \times \rho \times x}$$

$$I/I_0 = e^{(-\mu/\rho) \times \rho \times x}$$

$$\ln(I/I_0) = -(\mu/\rho) \times \rho \times x$$

$$\begin{aligned}
 x &= [\ln(I_0/I)] / [(\mu/\rho) \times \rho] \\
 &= \ln 100 / [(\mu/\rho) \times \rho] \\
 &= 4.605 / [(\mu/\rho) \times \rho]
 \end{aligned}$$

μ/ρ (質量吸収係数: cm^2/g), ρ (密度: g/cm^3)の値を表 6.1 から引用して x (cm)を計算する.

	100 keV	1 MeV
Al	10.6	27.8
Fe	1.71	9.84
Pb	0.0758	5.93

問 6

$$k = 1.38064852 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$1 \text{ eV} = 1.602176 \times 10^{-19} \text{ J}$$

(a) 最大分布エネルギー = kT なので,

$$\begin{aligned}
 300 \times k (\text{eV}) &= 4.14 \times 10^{-21} \text{ J/K} \\
 &= 2.59 \times 10^{-2} \text{ eV}
 \end{aligned}$$

エネルギー E (eV) の粒子に伴う物質波の波長 λ (m) は式(6.21)から求められる.

$$\begin{aligned}
 \lambda &= 2.86 \times 10^{-11} / \sqrt{E} \\
 &= 1.779 \times 10^{-10} \text{ m}
 \end{aligned}$$

(b) $T \times k = 0.005$ (eV)

$$\begin{aligned}
 T &= 1.602176 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{-3} / (1.38064852 \times 10^{-23}) \\
 &= 58.0 \text{ K}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda &= 2.86 \times 10^{-11} / \sqrt{E} \\
 &= 4.04 \times 10^{-10} \text{ m}
 \end{aligned}$$

第7章 (p. 119)

問1

(a)

y (keV)	x (channel No.)
1173.24	1185
1332.5	1352

各値を $y = ax + b$ の式に代入して

$$1173.24 = 1150a + b$$

$$1332.5 = 1352a + b$$

$$a = 9.537 \times 10^{-1}$$

$$b = 4.316 \times 10^1$$

$$y = 0.9537x + 43.16$$

(b)

	1332.50 keV に対応	1173.24 keV に対応
SE ピーク	821.48	662.22
DE ピーク	310.46	151.24
消滅 γ 線	511.02	

(c) γ 線のピークの低エネルギー側に、コンプトン効果による幅の広いスペクトル上の隆起が表れ、ある位置にピーク（コンプトンエッジ）が認められる．コンプトン散乱については 6.3.2 (p. 94) 参照.

コンプトンエッジのエネルギー (keV)

$$= E_{\gamma} / [1 + (m_e c^2 / 2E_{\gamma})]$$

$$= 1118.11 (1332.50 \text{ keV に対応})$$

$$963.43 (1173.24 \text{ keV に対応})$$

(d) 以下のピークが表れる.

channel No	γ 線エネルギー (keV)	
x	y	
0	43.16	
17.6575443	60	
113.327042	151.24	1173 keV γ 線の DE
280.2768166	310.46	1332 keV γ 線の DE
490.5735556	511.02	e 消滅放射線
607.1720667	622.22	1173 keV γ 線の SE
816.1056936	821.48	1332 keV γ 線の SE
964.9470483	963.43	1173 keV γ 線のコンプトン
1127.136416	1118.11	1332 keV γ 線のコンプトン
1184.942854	1173.24	^{60}Co γ 線
1351.934571	1332.5	^{60}Co γ 線
2048	1996.3376	

問 2

「放射線：適する測定器（理由）」の形式で記述.

- ・ α 線：電離箱（高エネルギー粒子の測定を簡便に行える）.
- ・ 低エネルギー β 線：液体シンチレーションカウンタ（低エネルギーの β 線で励起する溶質を用い、また発光効率のよいシンチレータを用いることで高感度分析が可能）.
- ・ 高エネルギー β 線：GM 計数管（計数管と外部線源との間に窓（ガラス製）があり、高エネルギー β 線のみ通過する．高感度で測定ができ、比較的安価）.
- ・ γ 線：半導体検出器（固体中で相互作用を起こし、全飛程を検出器に収めることが可能で、全エネルギー値を求められる）.

問 3

- 比例計数管：印加電圧を一定にするため、高圧電源の安定性を高くする必要がある（気体増幅率が印加電圧に大きく依存する）.
- GM 計数管：プラトー電圧での測定．不感時間の補正，後方散乱の補正.
- 液体シンチレーションカウンタ：クエンチング（化学クエンチング，色クエンチング）の補正.

問 4

(a) 計数率 = 400 c/m

測定時(min)	総計数値	計数誤差 (1 s)	相対標準偏差(%; 1s)
1	400	20	5.00
10	4000	63.2	1.58

(b)

$\sqrt{(400 \times a)/(400 \times a)} = \sqrt{(400 \times b)/(400 \times b)} \times 10$ を成立させる a/b を求める.
 $a/b = 1/100$ となり, 100 倍

問 5

(a)

正味の計数値 = 2600 - 100 = 2500

計数誤差

$$\begin{aligned}\beta \text{ 線} + \text{BG} &= 2600 \pm \sqrt{2600} \\ &= 2600 \pm 50.99\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{BG} &= 100 \pm \sqrt{100} \\ &= 100 \pm 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \beta \text{ 線} &= (2600-100) \pm \sqrt{(2600+100)} \\ &= 2500 \pm 51.96 \\ &= 2500 \pm 52\end{aligned}$$

(b)

正しい設定での BG = 100 ± 10 counts/10 min

誤った設定での BG = 75 ± 8.66 counts/10 min

$$\begin{aligned}\text{“どれだけ低い計数率か”} &= (\text{誤った設定での BG})/(\text{正しい設定での BG}) \\ &= 75/100 \pm 75/100 \sqrt{[(10/100)^2 + (8.66/75)^2]} \\ &= 0.75 \pm 0.1146\end{aligned}$$

相対誤差 = 15.30 (%)

問 6

(a)

 $\log y = a \log x + b$ に問題文中の ^{152}Eu の 2 本の γ 線の情報を代入して a, b を求めると,

$$\log y = -1.1705 \log x + 3.0746$$

(b) $x = 1173.24$ のとき, $y = 0.3033$

$x = 1332.50$ のとき, $y = 0.2613$

したがって, 両者の比は 0.8616

(c) 総カウント数の比 $= 18995/25680 = 0.7397$

BG の補正をしていればこの比は(b)の値と一致するはず. 総カウント数の比が小さくなった理由は, 低エネルギー(1173.50 keV)側へのバックグラウンドの寄与がより大きいため.

第8章 (p. 135-136)

問1

(1) ^{233}U の熱中性子に対する有効中性子数 η は 2.28 で, ^{235}U , ^{239}Pu の 2.07, 2.11 に比べて大きい. また, 熱中性子に対する $\sigma_c/\sigma_f (= \alpha)$ の値が ^{233}U で 0.089 と他の二つの核種に比べて小さい. すなわち, 熱中性子を有効に核分裂反応に利用できる核種である.

(2) 核燃料として ^{233}U を用い, 同時に ^{232}Th も核燃料に混在させることにより, ^{233}U の核分裂中に $^{232}\text{Th}(n, \gamma)^{233}\text{Th} \rightarrow (\beta \text{ 壊変}) \rightarrow ^{233}\text{Pa} \rightarrow (\beta \text{ 壊変}) \rightarrow ^{233}\text{U}$ の反応で ^{233}U が生成する. 以上の結果により, ^{233}U の核分裂による消費以上に ^{232}Th から ^{233}U が生成する, すなわち増殖が期待できる.

問2

式(8.7)を用いる.

$$r_c = \pi L_s / (k_\infty - 1)^{1/2}$$

L_s : 核分裂で放出された速中性子が熱中性子なるまでの減速材中の移動距離 (cm)

k_∞ : 無限の広がりを持った核燃料をもつ原子炉の中性子増倍率

炭素 (グラファイト) に対する $L_s = 19 \text{ cm}$ (p. 125, 傍注 4) を代入すると,

$$r_c = 226 \text{ (cm)}$$

問3

熱中性子に対する ^{235}U の核分裂断面積: 580 b

熱中性子に対する ^{238}U の捕獲断面積: 2.68 b

天然ウラン中の $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ 同位体比 = 0.7204/99.2742

$$\begin{aligned} & \text{天然ウランに対して } ^{238}\text{U} \text{ の中性子捕獲反応の起こる確率} / ^{235}\text{U} \text{ の核分裂の起こる確率} \\ &= (2.68 \times 99.2742) / (580 \times 0.7204) \\ &= 0.637 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ^{239}\text{Pu} \text{ の原子質量を } 239 \text{ とすると, } 1 \text{ g の } ^{235}\text{U} \text{ の核分裂が起こるときに生成する } ^{239}\text{Pu} \\ & \text{ の質量} \\ &= 1 \times (239/235) \times 0.637 \\ &= 0.648 \text{ (g)} \end{aligned}$$

問4

(a) 原子炉が定常運転されているときは, ^{135}Xe の生成と壊変が釣り合っており, 一種の永

続平衡的關係にあるため.

(b) 原子炉停止後あまり時間が経っていなければ ^{135}I の壊変による ^{135}Xe の増加量もそれほど多くないために, 再起動することは難しくない. しかし, 長時間 (10 時間程度) 経過すると ^{135}Xe が蓄積される. ^{135}Xe は熱中性子吸収断面積が 2.6×10^6 と, きわめて大きいいため, 連鎖反応を起こさせる中性子を吸収してしまうので, 原子炉の安全な起動が難しい.

(c) ^{135}I からの寄与がないとした場合, 2 日経過後の ^{135}Xe の放射能は $(1/2)^{(24 \times 2/9.1)} = 0.0258$ 倍に減少する. ^{135}I からの寄与を考慮しても, 大幅に減少するので, 中性子吸収の程度は再起動に影響しないレベルとなる.

問 5

(a) 熱出力 $\times (1/3) =$ 電気出力とすると,

$$\begin{aligned} \text{発生エネルギー(熱出力)} &= 3 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 3600 \\ &= 9.46 \times 10^{16} \text{ (J)} \end{aligned}$$

(b) 200MeV を J に換算し, (a) で求めた値をこの換算値で除すると核分裂回数が求められる.

$$\begin{aligned} \text{核分裂回数} &= 9.46 \times 10^{16} / (2 \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{-19}) \\ &= 2.96 \times 10^{27} \text{ (個)} \end{aligned}$$

(c) 1 年間の核分裂の起こる頻度 (割合) は変化無いとすると, 生成する ^{137}Cs の放射能は核反応による放射性核種の生成に関する式 (式 5.7 および式 5.8) が適用できる. したがって, 生成する放射性核種 (^{137}Cs) の時間変化は飽和係数 $(1 - e^{-\lambda t})$ で表される. $t = 1 \text{ year}$ のとき, $(1 - e^{-\lambda t}) = 1 - 0.977 = 0.023$ で, 飽和度は無視できるとする.

1 年間で生成する ^{137}Cs の個数 $N_{^{137}\text{Cs}}$ は,

$$\begin{aligned} N_{^{137}\text{Cs}} &= 2.9565 \times 10^{27} \times 0.060 \\ &= 1.7739 \times 10^{26} \text{ (個)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore ^{137}\text{Cs} \text{ の放射能} &= 1.7739 \times 10^{26} \times 0.693 / (30 \times 365 \times 24 \times 3600) \\ &= 1.30 \times 10^{17} \text{ (Bq)} \end{aligned}$$

(d) ^{235}U が 100%核分裂に寄与するとすると, 核分裂回数 $= ^{235}\text{U}$ の個数なので, 天然ウ

ランの質量は ^{235}U , ^{238}U の同位体比を考慮して, 以下のように求められる.

$$\begin{aligned}\text{天然ウランの量} &= 2.9565 \times 10^{27} / 0.007204 / 6.02 \times 10^{23} \times 238.03 \\ &= 1.62 \times 10^8 \text{ (g)}\end{aligned}$$

問 6

(a) 核分裂 1 回当たりに発生するエネルギーを 200 MeV とすると, 問 5 (a) と同じ考えで, 核分裂回数が求められる.

$$\begin{aligned}^{235}\text{U} \text{ の核分裂回数} &= 2 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 3600 / (2 \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{-19}) \\ &= 1.971000 \times 10^{27} \text{ (回)}\end{aligned}$$

生成した核分裂生成物の質量 = 核分裂した ^{235}U の質量.

$$\begin{aligned}\text{核分裂した } ^{235}\text{U} \text{ の質量} &= 1.971 \times 10^{27} / 6.02 \times 10^{23} \times 235 \\ &= 7.69 \times 10^5 \text{ (g)}\end{aligned}$$

(b) 図 8.3 から, 10 年後, 100 年後の再処理廃棄物の放射能を推定すると

10 年後: 8×10^6 (核分裂生成物) + 7×10^4 (アクチノイド) $\sim 8 \times 10^6$ Ci

100 年後: 8×10^5 (核分裂生成物) + 1×10^4 (アクチノイド) $\sim 8 \times 10^5$ Ci

(c) 再処理後 1000 年までの主要放射性核種は ^{90}Sr , ^{137}Cs (p. 134)

両核種の半減期, 核分裂収率, 100 年後の相対的寄与率は以下の通り.

	半減期(y)	核分裂収率(%)*	相対寄与率
^{90}Sr	28.78	5.73	0.00515
^{137}Cs	30.07	6.2	0.00618

*熱中性子による当該質量数の核種の収率の総計

したがって, ^{137}Cs の寄与が最も大きい.

第9章 (p. 152)

問1

(i) 静電圧加速器

①コッククロフト-ウィルソン加速器: シンプル

②ヴァン・デ・グラーフ加速器: 精度良い加速エネルギー

③タンデム型ヴァン・デ・グラーフ加速器: 安定性が高い, 高エネルギー分解能, エネルギーを連続可変

(ii) 線型加速器: 高電圧でも電極からの放電が生じにくい (静電圧加速器の欠点を克服)

(iii) サイクロトロン

①周波数固定型: 粒子を連続的に加速できる. 粒子が高速になると相対論的効果が生じるので, 加速エネルギーに上限がある.

②シンクロサイクロトロン (FM サイクロトロン): 速度の相対論的効果に対応するために, 加速交流電場の周波数を変調 (Frequency Modulation) し, イオンの回転と加速周波数を同期. イオンは連続ビームではなく, パルス状として得られる.

③AV サイクロトロン: 速度の相対論的効果に対応するために, ディーにかかる磁場の強さを円の中心から周辺方向に変化をもたせた (Azimuthally Varying), 連続ビームが得られる.

(iv) シンクロトロン: 磁石をリング状に配し, 粒子の速度に合わせて磁場の強度を変化させ, また加速周波数も変化させて粒子ビームの軌道半径を一定にする. 粒子ビームはパルス状. 大型の装置の設計が可能で, 高エネルギーの加速が可能.

問2

(i) 核反応: ${}^3_1\text{H}(p, \gamma){}^4_2\text{He}$, ${}^7_3\text{Li}(p, \gamma){}^8_4\text{Be}$ などの反応による. 得られる光子は単一のエネルギーをもつ.

(ii) 制動放射: 高速の電子が原子核のクーロン場で減速する際にエネルギー差として放出される. 連続エネルギーをもつ. 入射電子のエネルギーからゼロまでの広いエネルギー幅の光子が放出される.

(iii) シンクロトロン放射: 相対論的振る舞いをする高エネルギー電子が磁場中で曲線運動をするときに放出される. 広い周波数領域の強度の大きな光子が得られる.

問3

(a) $\lambda_c(\text{nm}) = 1.864 / [B(\text{T}) \times E(\text{GeV})^2]$ に代入

$$\lambda_c(\text{nm}) = 0.298(\text{nm})$$

(b) 極大値を与える波長 $= 4 \times \lambda_c$

$$= 1.19(\text{nm})$$

この波長をもつ光子のエネルギーは $h\nu$ で与えられる

$$\begin{aligned} h\nu &= h(c/\lambda) = 6.626 \times 10^{-34}(\text{Js}) \times 2.998 \times 10^8(\text{m/s}) / 1.193 \times 10^{-9}(\text{m}) \\ &= 1.66511 \times 10^{-16}(\text{J}) \\ &= 1.04 \times 10^3(\text{eV}) \end{aligned}$$

なお、式(1.10) (p. 7)を利用しても同じ値が求められる。

$$E = 1039.396479(\text{eV})$$

(c) $R = 10(\text{m})$, $E = 2.5(\text{GeV})$ の値を $R = 3.33E/B$ に代入して $B(\text{T})$ を求める。

$$B = 0.8325(\text{T})$$

(a)に準じて特性波長 λ_c を求める。

$$\lambda_c = 0.358(\text{nm})$$

$$\text{エネルギー} = 3.46 \text{ E}+03(\text{eV})$$

(b)に準じて極大値を与える波長を求める。

$$4 \times \lambda_c = 1.43(\text{nm})$$

$$\text{エネルギー} = 8.65 \times 10^2(\text{eV})$$

問 4

^{252}Cf が自発核分裂を起こす確率は 3.1%で、1 核分裂当たり 3.76 個の中性子を放出する。

^{252}Cf が 1 壊変あたり放出する中性子の個数

$$= 0.031 \times 3.76$$

$$0.117 \text{ 個}$$

^{252}Cf の原子質量を 252u とすると、

1 g の ^{252}Cf の個数

$$= 1/252 \times 6.02 \times 10^{23}$$

$$= 2.38889 \times 10^{21}$$

1 秒あたりの ^{252}Cf の壊変数 (=放射能; Bq)

$$\lambda N = [0.693/(2.64 \times 365 \times 24 \times 3600)] \times 2.389 \times 10^{21}$$

$$= 1.98847 \times 10^{13}(\text{dps; Bq})$$

この壊変の際に放出される中性子の個数

$$= 1.989 \times 10^{13} \times 0.031 \times 3.76$$

$$= 2.32 \times 10^{12}(\text{個})$$

問 5

(i) 核反応: (α, n)反応を利用する方法. 標的核に ^9Be や ^{11}B を用い, α 放射体 (^{226}Ra , ^{210}Po , ^{239}Pu など)と一緒にする. α 放射体の寿命に応じた期間, 中性子の放出が継続する. 強度は一般に小さい.

- (ii) 核反応: (γ, n) 反応を利用する方法. 標的核として $^2\text{H}(\text{D})$ と ^9Be を使い, γ 線源として中性子捕獲反応で得られる高エネルギー γ 線放出核種 (^{24}Na , ^{88}Y , ^{124}Sb など) を用いる. 必要な時に中性子を得ることができる.
- (iii) 自発核分裂反応: 原子核が自発核分裂反応を起こす際に放出する中性子を利用する.
(i), (ii) の核反応と異なり, 単一の核種で中性子を放出するので小型密封線源として取り扱うことができ, 汎用性に優れている.
- (iv) 加速器利用核反応: 加速器で加速した α や p を標的核に照射し, (d, n) 反応, (p, n) 反応を利用して中性子を発生させる. 小型の加速器で, 利用したいときだけ中性子を得ることができる. また, 荷電粒子を充分加速して, 標的核種に衝突させて核破砕反応によって中性子を得ることができる.
- (v) 原子炉: ^{235}U の中性子誘導核分裂反応で放出される中性子を利用する. 大きな中性子束が得られ, 熱中性子の割合が大きい. 中性子束の時間変動が小さく, 連続的に中性子が得られる.

問 6

中性子は電荷をもたないため, 大きな透過能をもつ. 中性子のもつ物質波の波長は 10^{-10} m のオーダーで, 分子の結合の長さに匹敵することから, 分子構造の解析に好都合である. また, 水素に代表される比較的軽い元素によって大きく散乱されることから, X 線と対照的な透過像が得られる.

X 線も透過能が高いが, 中性子と比べると低く, 固体物質の比較的表層の情報(元素組成, 結晶構造など)を提供する. また, 透過能は原子番号が大きくなるに従って小さくなり, その透過像は中性子による像と対照的である.

問 7

物質波 (ドブロイ波) の波長は $h/p = h/mv$ で表される (h はプランク定数). エネルギー E (eV) の中性子のもつ物質波としての波長 λ (m) は; $\lambda = 2.86 \cdot 10^{-11} \times E^{1/2}$

$$E = 0.025 \text{ eV (熱中性子) のとき} \quad \lambda = 1.81 \times 10^{-10} \text{ (m) または } 1.81 (\text{\AA})$$

$$E = 0.005 \text{ eV (冷中性子) のとき} \quad \lambda = 4.04 \times 10^{-10} \text{ (m) または } 4.04 (\text{\AA})$$

熱中性子の物質の波長は, 原子間距離と同程度であり, 中性子の散乱状態から分子構造を調べられる. 冷中性子の波長は, 熱中性子より長いので, 生体高分子に含まれる大きな分子団の構造解析に適する.

第 10 章(p. 164)

問 1

^{99m}Tc は ^{99}Mo の壊変生成核種で, ^{99}Mo からのミルキングで得る. ^{99}Mo の製造に二つの方法があり, 一つは ^{235}U の中性子誘起核分裂反応を利用する方法, もう一つが $^{98}\text{Mo}(n, \gamma)^{99}\text{Mo}$ の中性子捕獲核反応を利用する方法である. 前者の(n,f)反応では比放射能の高い ^{99}Mo を得ることができるが, ^{99}Mo 以外の多くの FP が生じるので廃棄物処理の問題がある. 一方の(n, γ)反応による方法は, 廃棄物問題はそれ程大きくないが, ^{99}Mo を選択的に分離する効率的な手法の開発が遅れている.

問 2

^{99}Mo (半減期 2.75 d) と ^{99m}Tc (同 6.01 h)との間に放射平衡が成立した後に, ^{99m}Tc の分離(ミルキング)を行う場合, 娘核種 (^{99m}Tc)の半減期の 10 倍 (60 時間 = 2.5 日) 後が目安となる. ^{99m}Tc の分離操作を繰り返すと, Mo-Tc の分離に用いる化学薬品の量が増加し, Tc に対する不純物濃度が増加する.

問 3

(a) $^{244}\text{Pu} \xrightarrow{\alpha} ^{240}\text{U} \xrightarrow{\beta} ^{240}\text{Np} \xrightarrow{\beta} ^{240}\text{Pu} \xrightarrow{\alpha} ^{236}\text{U} \xrightarrow{\alpha} ^{232}\text{Th}$
(厳密には ^{232}Th は安定核種でなく, 厳密な意味で安定核種になるのは ^{232}Th の壊変系列 (トリウム系列) の最終核種 ^{208}Pb)

(b)

$\lambda = \lambda_{\alpha} + \lambda_{\text{SF}}$ なので,

$$1/T = 1/T_{\alpha} + 1/T_{\text{SF}} \quad (T \text{ は半減期})$$

$$T_{\alpha} = (1/T - 1/T_{\text{SF}})^{-1}$$

$$= 8.0098 \times 10^7$$

α 壊変の起こる確率

$$\lambda_{\alpha} / \lambda = (\ln 2 / T_{\alpha}) / (\ln 2 / T) = T / T_{\alpha}$$

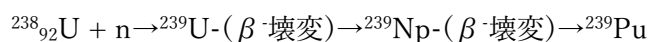
$$= 9.99 \times 10^1 (\%)$$

SF 壊変確率

$$T_{\text{SF}} / \lambda = T / T_{\text{SF}} = 1.22 \times 10^{-1} (\%)$$

(c)

原子力発電所のウラン燃料中では次の反応が卓越しておこる.



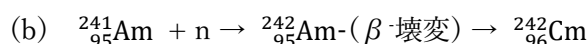
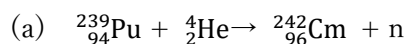
^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{241}Pu の中性子吸収断面積は 300b 前後あり, ^{242}Pu までは(n, γ)反応で生じうるが, ^{241}Pu の半減期が 14.4 年と比較的短く, ^{241}Am に壊変する. $^{241}\text{Pu}(n, \gamma)^{242}\text{Pu}$ も起こり

うるが、その核反応断面積は 19b と小さい。また生成した ^{242}Pu から (n, γ) 反応で生じる ^{243}Pu は半減期が 4.956 時間と短い。したがって、 $^{243}\text{Pu}(n, \gamma)^{244}\text{Pu}$ 反応で ^{244}Pu が生成する確率は非常に小さい。

問 4

- ・ 96 番元素 Cm までは、 (n, γ) 反応で生じた中性子過剰核種が β^- 壊変することによりつくられた。
- ・ ^{97}Bk , ^{98}Cf , ^{101}Md はサイクロトロンで加速した α 粒子を超重元素（具体的にはそれぞれの元素より原子番号が 2 小さい元素）に衝突させ、 (α, n) 反応や $(\alpha, 2n)$ 反応で生成された。
- ・ ^{99}Es , ^{100}Fm は核融合反応と核分裂反応を伴う熱核爆弾の残渣（塵）から発見された。 ^{238}U が多数の中性子を吸収し、複数回の β^- 壊変を経て（宇宙の原子核合成モデル B²FH モデルの r プロセスと同様）生成されたと考えられる。
- ・ $^{102}\text{No} \sim ^{106}\text{Sg}$ はサイクロトロンで加速した比較的軽い元素の中性子過剰核種（たとえば ^{22}Ne , ^{15}N , ^{18}O など）を超重元素に衝突させ、合成した。
- ・ ^{107}Bh 以降の元素は上記の $^{102}\text{No} \sim ^{106}\text{Sg}$ の合成に用いた入射粒子より重い核種（たとえば ^{54}Cr , ^{58}Fe , ^{64}Ni , ^{48}Ca など）をサイクロトロンで加速し、重い原子核に衝突させて合成した。生成核の中性子が閉殻になるように入射粒子、標的核種を選んで合成する、いわゆる cold fusion（冷たい核融合）と呼ばれる手法が用いられた。

問 5



(c)

1 μg の ^{242}Cm の個数 (^{242}Cm の原子質量を 242u とする)

$$N = 2.4876 \times 10^{15} \text{ (個)}$$

α 粒子の 1 秒あたりの放出率 (dps) = 放射能(activity) = λN

$$\lambda = 4.92076 \times 10^{-8} \text{ (s}^{-1}\text{)}$$

$$\lambda N = 1.22 \times 10^8 \text{ (dps; Bq)}$$

第 11 章 (p. 179)

問 1

(a) 式(11.1)に代入. ただし, 照射直後の値を求めるので $T_c = 0$.

$$A = f \sigma n (1 - e^{-\lambda t}) = f \sigma n (1 - e^{-(0.693 t / t_{1/2})})$$

	Na	Cl
f (n/cm ² /s)	3×10^{13}	3×10^{13}
照射時間 (m)	1	1
σ	5.3×10^{-25}	4.3×10^{-25}
原子量	22.99	35.45
同位体存在度	1	0.2424
半減期 (m)	900	37.2
n (核種個数)	2.6185×10^{19}	4.11636×10^{18}
A (放射能; Bq)	3.20×10^5	9.80×10^5

(b) (a)で求めた値に $e^{-\lambda t_c}$ を乗じる

	冷却時間 (h)			
	0	30m	3h	12h
A (²⁴ Na; Bq)	3.20×10^5	3.13×10^5	2.79×10^5	1.84×10^5
A (³⁸ Cl; Bq)	9.80×10^5	5.60×10^5	3.40×10^4	1.41×10^0

(c) 1 mg ずつの Na と Cl を 1 分照射したときの照射直後の値

	A (dps; Bq)	branch. ratio	efficiency	C (cps; $t=0$)
²⁴ Na 1369 keV	320463	1	0.002	640.926
³⁸ Cl 1642 keV	980063	0.31	0.0012	364.583436

NaCl 中の Na と Cl の質量の比 $= 22.99/35.453 = 0.6485$ なので, NaCl を照射すると相対的に ³⁸Cl が多く生成する. $(640.9/364.6)/0.6484$ の比が 2 を越えるまでの経過時間 t が求める答
上記の比 $= 0.877160494$

$$(1/0.8772) \times (1/2)^{t/15/60} / (1/2)^{t/37.2} = 2 \text{ を解いて}$$

$$t = 31.5(\text{m})$$

問 2

(a) ²³Na(γ , n), ²²Ne(p, n), ²¹Ne(p, γ), ²⁰Ne(α , np), ²⁴Mg(n, t), ²⁴Mg(p, α)

- (b) $^{31}\text{P}(\text{n}, \gamma)$, $^{32}\text{S}(\text{n}, \text{p})$, $^{33}\text{S}(\text{n}, \text{d})$, $^{33}\text{S}(\gamma, \text{p})$, $^{34}\text{S}(\text{n}, \text{t})$,
- (c) $^{59}\text{Co}(\gamma, \text{p})$, $^{57}\text{Fe}(\text{p}, \gamma)$, $^{58}\text{Fe}(\text{p}, \text{n})$, $^{58}\text{Ni}(\text{n}, \text{p})$, $^{60}\text{Ni}(\text{n}, \text{t})$, $^{61}\text{Ni}(\text{p}, \alpha)$
- (d) $^{140}\text{Ce}(\gamma, \text{n})$, $^{138}\text{Ce}(\text{n}, \gamma)$, $^{139}\text{La}(\text{p}, \text{n})$, $^{138}\text{La}(\text{p}, \gamma)$, $^{141}\text{Pr}(\text{n}, \text{t})$
- (e) $^{191}\text{Ir}(\text{n}, \gamma)$, $^{193}\text{Ir}(\gamma, \text{n})$, $^{192}\text{Os}(\text{p}, \text{n})$, $^{192}\text{Pt}(\text{n}, \text{p})$, $^{194}\text{Pt}(\text{p}, \alpha)$

問 3

- (a) $A \rightarrow B \rightarrow C$ (A, B は放射性核種) の系で放射平衡が成立しているとき, 次式が成り立つ.

$$N_1/N_2 = (l_2 - l_1)/l_1 = (\ln 2/T_2 - \ln 2/T_1)/(\ln 2/T_1) = (T_1 - T_2)/T_2$$

$$\text{また, } N_1/N_2 = (A_1/l_1)/(A_2/l_2) = (A_1 l_2)/(A_2 l_1) \text{ より } A_1/A_2 = (l_2 - l_1)/l_2$$

^{99}Mo を A , $^{99\text{m}}\text{Tc}$ を B とすると,

$$A_2 = A_1 \times l_2 / (l_2 - l_1) = A_1 \times T_1 / (T_1 - T_2) \text{ より}$$

$$A_2 = 1.10 \times 10^8 \text{ Bq}$$

- (b)

$6.008(\text{h}) \times 10 = 60(\text{h}) = 2.5(\text{d})$ なので, 7 日間で再び放射平衡に達するので, この間の ^{99}Mo の decay のみを考えればよい. 放射性核種の数 N と放射能 A は比例するから, 1 週間後の ^{99}Mo の放射能 $A(1 \text{ w})$ は,

$$\begin{aligned} A(1 \text{ w}) &= A_0 \times (1/2)^{(6/2.7476)} \\ &= 1.7103 \times 10^7 \end{aligned}$$

この ^{99}Mo と平衡にある $^{99\text{m}}\text{Tc}$ の放射能は,

$$1.8818 \times 10^7$$

したがって, 比は $1.71 \times 10^1(\%)$

- (c) 月曜日の milking で得られる $^{99\text{m}}\text{Tc}$ の activity A_{20} は(a)で求めた.

火曜日 (24 時間後) の milking では放射平衡は成立しておらず, milking で得られる ^{99}Tc の個数 N_{21} は式(3.45)で右辺の第 2 項 $= 0$ として求められる.

$$N_{21} = \{l_1 / (l_2 - l_1)\} \times N_{10} \times (e^{-l_1 t} - e^{-l_2 t})$$

$$l_1 / (l_2 - l_1) = (\ln 2 / T_1) / (\ln 2 / T_2 - \ln 2 / T_1) = T_2 / (T_1 - T_2)$$

$e^{-l_1 t} = (1/2)^{t/T_1}$ を代入すると

$$N_{21} = \{T_2 / (T_1 - T_2)\} \times N_{10} \times \{(1/2)^{t/T_1} - (1/2)^{t/T_2}\} \quad (*)$$

$$N_{10} = A_{10} / l_1 = A_{10} T_1 / \ln 2 \text{ より } 3.42558 \times 10^{13} \text{ (個)}$$

$$t = 24 \text{ h} \text{ として } N_{21} = 2.45354 \times 10^{12} \text{ (個)}$$

$$A_{21}=7.8587 \times 10^7 \text{ (Bq)}$$

水曜日の milking : 上記(*)式の N_{10} の代わりに N_{11} (火曜日の ^{99}Mo の個数) を代入し, 水曜日の $^{99\text{m}}\text{Tc}$ の個数 N_{22} を求める.

$$\begin{aligned} N_{11} &= N_{10} \times e^{-\lambda T} = N_{10} \times (1/2)^{1/2.7476} \\ &= 2.66178 \times 10^{13} \text{ (個)} \end{aligned}$$

t が等しいときには N_{10} と N_{21} は比例し, N_{21} と A_{21} は比例するので

$$A_{22} = A_{21} \times (N_{11}/N_{10}) = 6.1064 \times 10^7 \text{ (Bq)}$$

木曜日

$$(1/2)^{1/2.7476} = 0.777032046$$

$$N_{12} = 2.06829 \times 10^{13}$$

$$A_{23} = 4.745 \times 10^7 \text{ (Bq)}$$

金曜日

$$A_{24} = 3.687 \times 10^7 \text{ (Bq)}$$

$$\Sigma (A_{2i}) = 3.34 \times 10^8 \text{ (Bq)}$$

(d)

金曜日に milking して得られる $^{99\text{m}}\text{Tc}$ の activity A_{24} を求めるには $^{99\text{m}}\text{Tc}$ の個数 N_{24} を求める.

$$\begin{aligned} N_{24} &= \{I_1/(I_2 - I_1)\} \times N_{10} \times \{(1/2)^{4/2.7476} - (1/2)^{4 \times 24/6.01}\} \\ &= 1.25223 \times 10^{12} \end{aligned}$$

$$A_{24} = N_{24} \lambda_2 = 4.01 \times 10^7$$

単純和より当然小さい.

(c)の火曜日から金曜日のそれぞれの曜日で求めた $^{99\text{m}}\text{Tc}$ の activity を金曜日まで減衰させて和をとると,

$$\Sigma (A_{2i})_{\text{decay}} = 4.011 \times 10^7$$

上の和と等しい!

問 4

加えた ^3H の放射能 $= 10^7 \times 10^{-3} = 10^4 \text{ (Bq)}$

未知量のカテキンを $x \text{ mmol}$ とすると,

$$(x + 1) : 0.5 = 10^4 : 2 \times 10^3$$

$$x = 1.5 \text{ (mmol)}$$

問 5

$$C = b \varepsilon f \sigma n (1 - e^{-\lambda t}) = b \varepsilon f \sigma n (1 - e^{-\ln 2 \times t / T_{1/2}})$$

$\varepsilon = 0.01$, $f = 1 \times 10^{13}$, $t = 1$ m, 1 mg の各元素

		b	σ (b)	原子量	同位体存在度 θ	$T_{1/2}$ (m)	C (cps)	10cpm 相当 (mg)
(a)	^{59}Fe	0.57	1.3	55.845	0.00282	64080	0.024360595	410
(b)	^{60}Co	1	21	58.933195	1	2770437.6	5.365875687	1.86
(c)	^{187}W	0.26	38	183.84	0.2843	1434	444.3952746	2.25×10^{-2}
(d)	^{192}Ir	0.48	920	192.217	0.373	106315.2	336.2629755	2.97×10^{-2}

問 6

- (i) 光量子放射化分析: 誘導放射によって生じる高エネルギー放射線による核反応を利用. 通常(γ, n)反応が利用される. 厚みのある試料では γ 線の減弱 (attenuation) や, 放出中性子による副反応の補正が必要.
- (ii) 荷電粒子放射化分析: 加速器で加速した荷電粒子を用いた核反応を利用する. 軽元素の分析に有利. 物質中でのエネルギー損失が大きく, 厚みのある試料の表面近傍の組成が求まる. 荷電粒子照射による発熱に配慮する必要がある.
- (iii) 中性子放射化分析: 通常熱中性子を用いた(n, γ)反応を用いる. 比較的重い多くの元素で高い分析感度を得られる. 中性子, γ 線の透過能が高いのである程度厚みのある試料の非破壊分析ができる.

第 12 章 (p. 193-194)

問 1

12.2 および 12.3 を参照.

問 2

(a) 100 万年前の ^{40}K の個数を N_0 とする. 現在の ^{40}K の個数を N とすると,

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 (1/2)^{t/T_{1/2}} = N_0 (1/2)^{10^6/1.248 \times 10^9}$$

$$N/N_0 = 0.999444748$$

ほとんど変化しない

(b)

10g の岩石中の ^{40}K の個数

$$N_K = (10 \times 1.25 \times 10^{-2}) / 39.098 \times 6.02 \times 10^{23} \times 0.0117 \times 10^{-2}$$

$$N_K = 2.25184 \times 10^{17} \text{ (個)}$$

1 秒あたりの ^{40}K の壊変数によって生じる ^{40}Ar の個数

$$N_{\text{Ar}} = N_K \times 0.11 \times \lambda$$

$$N_{\text{Ar}} = 0.436156703 \text{ (個)}$$

100 万年の期間に蓄積する ^{40}Ar の個数

$$N_{\text{Ar}} \times 1 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 3600 \text{ 個}$$

$$= 1.38 \times 10^{13} \text{ (個)}$$

体積

$$1.3755 \times 10^{13} / 6.02 \times 10^{23} \times 22.4 \text{ (L)}$$

$$= 5.12 \times 10^{-10} \text{ (L)}$$

(c)

^{40}K の 100 万年間の壊変によって生じる ^{40}Ca の個数

$$= N_K \times 0.89 \times \lambda \times 1 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 3600$$

$$= 1.11288 \times 10^{14} \text{ (個)}$$

岩石中の ^{40}Ca の個数

$$N_{\text{Ca}} = 10 \times 6.8 \times 10^{-2} / 40.078 \times 6.02 \times 10^{23} \times 0.96941$$

$$N_{\text{Ca}} = 9.90163 \times 10^{21} \text{ (個)}$$

^{40}K の壊変による増加分は,

$$1.11288 \times 10^{14} / N_{\text{Ca}} \\ = 1.12 \times 10^{-8}$$

$$(d) \quad 10 \text{ g の岩石中の Ar の含有量} = 5.20 \times 10^{-8} \times 10 / 1000 \text{ (L)} \\ = 5.2 \times 10^{-10} \text{ (L)}$$

このうち、 ^{40}K の壊変による寄与が(b)で求めたように 5.118×10^{-10} (L)なので、空気の寄与率 (%) は

$$1.58 \times 10^0 (\%)$$

(e) ^{40}K の EC 壊変で生成する ^{40}Ar は空気の混入による ^{40}Ar に比べて充分大きく、また無視できない場合でもその寄与分を正しく補正できるので信頼できる年代を求めることができる。一方、 ^{40}K の β^- 壊変による ^{40}K - ^{40}Ca 系では、岩石中に元々存在する ^{40}Ca に比べて ^{40}K からの壊変による ^{40}Ca の寄与分が小さく、正しい年代値を求めることが難しい。

問 3

$$(a) \quad 10 \text{ g 中の } ^{87}\text{Rb} \text{ の個数 } N_{\text{Rb}} = 10 \times 50 \times 10^{-6} / 85.47 \times N_A \times 0.2783 \\ N_{\text{Rb}} = 9.8009 \times 10^{17} \text{ (個)} \\ A = \lambda N = 9.801 \times 10^{17} \times 0.693 / (4.97 \times 10^{10} \times 365 \times 24 \times 3600) \\ = 0.433 \text{ (Bq)}$$

(b)

^{87}Rb の半減期を考慮すると、100 万年の間に ^{87}Rb の個数の変化は無視できる (問題 1.の(a)参照)。1 秒あたりの ^{87}Rb の壊変率 = ^{87}Sr の生成率なので、100 万年間の蓄積個数は

$$0.4334 \times 1 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 3600 \\ = 1.37 \times 10^{13} \text{ (個)}$$

$$(c) \quad \text{岩石中の } ^{87}\text{Sr} \text{ の個数 } N_{\text{Sr}} = 10 \times 500 \times 10^{-6} / 87.62 \times N_A \times 0.07 \\ = 2.40470 \times 10^{18} \text{ (個)}$$

したがって、 ^{87}Rb の壊変で蓄積した ^{87}Sr の割合 (%)

$$= 1.357 \times 10^{13} / (2.405 \times 10^{18}) \times 100 \\ = 5.68 \times 10^{-4} (\%)$$

(d) 100 万年経過したときの ^{87}Rb の壊変による ^{87}Sr の増加は(c)で求めたように $5.68 \times 10^{-4} \%$ 、すなわち小数点以下 6 桁目に変化する。小数点以下 7 桁目の変化が統計的に有意であるとする、100 万年 $\times (1/10) = 10$ 万年の変化に対応するので、少なくとも 10 万年のオー

ダーの年数の経過が必要.

問 4

$$\begin{aligned}\text{炭素 1g 中の炭素原子の個数} &= 1/12.01 \times N_A \\ &= 5.01415 \times 10^{22} \text{ (個)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}^{14}\text{C の個数 } N &= A/\lambda = (15/60)/[0.693/(5700 \times 365 \times 24 \times 3600)] \\ &= 6.48468 \times 10^{10} \text{ (個)}\end{aligned}$$

$$\therefore ^{14}\text{C}/\text{C} = 1.29 \times 10^{-12}$$

問 5

^{14}C 年代 8500 年を半減期 5568 年の単位で表すと

$$8500/5568 = 1.52658046$$

正しい半減期 (5700 年) を用いて経過時間を計算すると

$$5700 \times 1.527 = 8701.508621 \text{ (年)}$$

2018 年からの年数に換算すると,

$$8702 + 2018 - 1950 = 8770 \text{ 年}$$

問 6

与えられた数値をもとに, 図 12.1 と同様の図を作成する. 次いで, A, B, C, D を通る直線を引き, その傾きから式(12.21)に従って年代を算出する. グラフ上での解析でも年代が求まるが, spread-sheet ソフトを利用して, 最小自乗法で傾きを求めれば, 年代に伴う不確かさ (uncertainty) が求まる.

第13章 (p. 212-213)

問1

pp-1 チェイン 1 回当たりの放出エネルギー26.2 MeV をジュール (J) に直すと

$$26.2 \times 10^6 \times 1.602 \times 10^{-19} = 4.19724 \times 10^{-12} (\text{J})$$

$3.85 \times 10^{33} \text{ erg} = 3.85 \times 10^{26} \text{ J}$ のエネルギーを放出するために必要な pp-1 チェインの回数は

$$3.85 \times 10^{26} / (4.20 \times 10^{-12}) = 9.17 \times 10^{37} (\text{回})$$

pp-1 チェイン 1 回当たり四つのプロトンが消費されるので、1 秒あたりのプロトンの消費数は

$$9.17 \times 10^{37} \times 4 = 3.66667 \times 10^{38} (\text{個})$$

太陽は水素とヘリウムから構成され、原子数比が 10:1 なので、質量比は

$$(10 \times 1) : (1 \times 4) = 5 : 2 = 0.714 : 0.286$$

現在の太陽中の水素 (プロトン) の数は

$$1.99 \times 10^{33} \times 0.714 / 1.008 \times 6.02 \times 10^{23} = 8.48569 \times 10^{56}$$

1 秒あたり 3.67×10^{38} 個のプロトンが消費されるので、現在のプロトンが消費されるに要する時間は

$$8.49 \times 10^{56} / (3.67 \times 10^{38}) = 2.31428 \times 10^{18} (\text{秒})$$

$$7.34 \times 10^{10} (\text{年})$$

問2

^{92}Mo : p プロセス,

^{94}Mo : s プロセス, p プロセス

^{95}Mo : s プロセス, p プロセス, r プロセス

^{96}Mo : s プロセス

^{97}Mo : s プロセス, p プロセス, r プロセス

^{98}Mo : s プロセス, r プロセス

^{100}Mo : r プロセス

問3

(a) カルシウムには ^{40}Ca , ^{42}Ca , ^{43}Ca , ^{44}Ca , ^{46}Ca , ^{48}Ca の六つの安定同位体があるが、その約 97% が ^{40}Ca であり、カルシウムの原子量は ^{40}Ca の原子質量に近い。そのためにスカンジウムの原子量との間に大きな開きが生じた。

(b) アルゴンには ^{36}Ar , ^{38}Ar , ^{40}Ar の三つの安定同位体がある。このうち ^{40}Ar は ^{40}K からの EC 壊変の寄与を受ける。原子量は大気中のアルゴンの同位体組成をもとに決められているが、大気中のアルゴンの 99% 以上が ^{40}K 由来の ^{40}Ar からなり、アルゴンの原子量は ^{40}Ar の

相対原子質量に近似的に等しい。一方、カリウムは ^{39}K , ^{40}K , ^{41}K の三つの同位体から構成されるが、その 93% は ^{39}K であり、原子量もその相対原子質量に近い。そのために、アルゴンより原子量が小さい値になっている。

(c) ニッケルには ^{58}Ni , ^{60}Ni , ^{61}Ni , ^{62}Ni , ^{64}Ni の五つの安定同位体が存在し、銅には ^{63}Cu , ^{65}Cu の二つの安定同位体が存在する。ニッケルの安定同位体のうち ^{58}Ni , ^{60}Ni の同位体存在度がそれぞれ 68%, 26% と大きく、ニッケルの原子量 58.69 はこの二つの同位体の相対原子質量に大きく依存する。そのために銅の原子量 63.55 との間に比較的大きな開きが生じている。

(d) コバルトは唯一の安定同位体 ^{59}Co からなる元素で、その原子量は ^{59}Co の相対原子質量で決まる (が、同じ値でない)。ニッケルの原子量は (c) で書いたとおり、ニッケルの五つの安定同位体のなかで最も軽く、かつ存在割合の大きな ^{58}Ni に原子質量に大きく依存しているので、原子量の大きさが僅かにコバルトの値より小さい値になっている。

問 4

原子核合成過程の α 過程で生成する、典型的な α 核種として ^{32}S , ^{36}Ar , ^{40}Ca がある。 ^{32}S , ^{40}Ca は硫黄、カルシウムの安定同位体のなかで最も質量数の小さな同位体にも関わらず、それぞれ 95%, 97% と大きな存在度をとる。一方、 ^{36}Ar の同位体存在度は 0.3336% と非常に小さい点で、 ^{32}S , ^{40}Ca と異なる。しかし ^{36}Ar の同位体存在度が小さいのは、大気中に ^{40}K の EC 壊変でできた ^{40}Ar が蓄積された結果である [問 3 (b) 参照]。太陽大気中のアルゴンでは ^{36}Ar の同位体存在度は約 84% と高く、これは原子核合成過程を反映するもので、上記の ^{32}S , ^{40}Ca の同位体存在度の特徴と同様で、 α 核種に共通するものと考えられる。

問 5

(a) $A = \lambda N$ の関係式を用いる。

1 kg Fe 当たりの放射能が 500 dpm なので、

$$\begin{aligned} N &= A / \lambda = A \times T_{1/2} / \ln 2 \\ &= 1.40312 \times 10^{15} (\text{個-}^{54}\text{Mn}) / \text{kg Fe} \\ &= 1.29087 \times 10^{15} (\text{個-}^{54}\text{Mn}) / \text{kg 隕鉄} \end{aligned}$$

隕鉄 1 kg 中の ^{54}Mn の質量 M (kg) を求める。 ^{54}Mn の相対原子質量を 54 とする。

$$\begin{aligned} M &= (N / N_A) \times 54 \times 10^{-3} \\ &= 1.16 \times 10^{-10} (\text{kg } ^{54}\text{Mn} / \text{kg 隕鉄}) \\ &= 1.16 \times 10^2 (\text{ppt}) \end{aligned}$$

(b) 0.5 g の鉄隕石の ^{54}Mn の放射能が 0.075 dpm

鉄 1 kg 中の値に換算すると,

$$168.75(\text{dpm/kg Fe}) \cdots \textcircled{1}$$

宇宙線照射年代 800 万年は ^{54}Mn の半減期の約 2.2 倍で, ^{54}Mn の生成に対して飽和していない.

充分長く宇宙線の照射を受けて, ^{54}Mn が飽和したときの放射能を A_∞ とすると, 照射年代と生成放射能 A との間には式(13.28)が成り立つ. この式を利用して A_∞ を求めると,

$$A_\infty = A / (1 - e^{-\lambda t}) \quad (\text{ここで } 1 - e^{-\lambda t} \text{ は飽和係数, } t \text{ は照射時間})$$

$$A_\infty = 6.43909 \times 10^2 (\text{dpm/kg Fe})$$

この A_∞ と, ①で求めた値を A として, 式(13.29)から照射年代 t を求めることができる.

$$\begin{aligned} t &= \lambda^{-1} \ln \{A_\infty / (A_\infty - A)\} \\ &= 1.62 \times 10^6 (\text{y}) \end{aligned}$$

(c)

(a) $N = A \lambda^{-1} = A \times T_{1/2} / \ln 2$ なので, 放射性核種の数 N は半減期 $T_{1/2}$ に比例する. つまり, 半減期が短くなれば, その分, N も小さくなる. したがって ^{53}Mn の濃度は,

$$9.39\text{E}+01(\text{ppt})$$

(b) 半減期が短いと, 照射時間が等しい場合には飽和係数は大きくなり, 飽和値 A_∞ は小さくなる. 具体的には半減期が 3.0×10^6 年の場合の飽和係数は 0.842 となり, 飽和値 $A_\infty = 594$ dpm/kg Fe. この時の照射年代 t は,

$$t = 1.45 \times 10^6 (\text{y})$$